UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA JUNIO 2008

Tiempo disponible:1 h 30 min

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica. Los errores ortográficos, el desorden, la falta de limpieza en la presentación y la mala redacción, podrán suponer una disminución hasta de un punto en la calificación, salvo casos extremos.

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARA A ESTE EJERCICIO :(véanse las distintas partes del examen)

En cada uno de los tres apartados el alumno elegirá entre una de las dos opciones

1.-ÁLGEBRA

OPCIÓN A

a)(1’5 puntos) Sean **A, B** e **I** las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}\quad,\quad B=\begin{pmatrix}6&-3&-4\\-3&2&1\\-4&1&5\end{pmatrix}\quad,\quad I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

Estudiar si existe algún valor de $\lambda\in\Re$ para el cual satisfaga $(A-\lambda I)^2=B$

b)(1 punto)Teniendo en cuenta que $\begin{vmatrix}x&y&z\\1&0&2\\1&1&2\end{vmatrix}=1$, determinar el valor de $\begin{vmatrix}x&\frac{1}{4}&4\\y&0&4\\z&\frac{1}{2}&12\end{vmatrix}$

OPCIÓN B

a)(2’5 puntos) Dado el sistema: $\begin{cases}x+3-az=4\\-ax+y+az=0\\-x+2ay=a+2\\2x-y-2z=0\end{cases}$ discutirlo según los valores de **a**, y resolverlo cuando sea compatible

2.-GEOMETRÍA

OPCIÓN A

Considerar la recta $r\equiv\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z+3}{4}$ y el plano $\pi\equiv 2x+4y+4z=5$

a)(1 punto) Estudiar la posición relativa de **r** y π

b)(1’5 puntos) Calcular la ecuación implícita de un plano π_1 que es perpendicular a π y contiene a **r**

OPCIÓN B

a)(1’25 puntos)Calcula la ecuación de la recta que pasa por el origen y es perpendicular al plano $\pi\equiv x+y+z=3$. Obtener el punto de corte de la recta con el plano π

b)(1’25 puntos)Hallar el punto de la recta $r\equiv\begin{cases}x=\lambda\\y=3-\lambda\\z=1+2\lambda\end{cases}$ cuya distancia al punto **P(1, 0 , 2)** sea $\sqrt{5}$

3.-ANÁLISIS

OPCIÓN A

1.-Sea $\begin{array}{l} f:\Re \to \Re \\ x \to \log \sqrt[x]{\dfrac{1+x}{1-x}} \end{array}$

a)(0'75 puntos) Calcular el dominio de **f(x)**
b)(0´75 puntos) Estudiar si **f(x)** es una función par
c)(1 punto) Calcular las asíntotas de **f(x)**

2.-a)(1'25 puntos) Dada $F(x)=\int_0^x t\ sen\ t\ dt$, estudiar si **x =** π es una raíz de $F'(x)$

b)(1'25 puntos) Calcular el valor de $\alpha \in \Re$ para el cual $\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2-2n+1}{n^2+n-2}\right)^{\frac{\alpha n^3+1}{n^2-1}}=1$

OPCIÓN B

1.-Sean las funciones $\begin{array}{l} f:\Re \to \Re \\ x \to x^3 \end{array}$ $\quad \begin{array}{l} g:\Re \to \Re \\ x \to |x| \end{array}$ $\quad \begin{array}{l} h:\Re \to \Re \\ x \to sen(x) \end{array}$

a)(0'75 puntos) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos de inflexión de ***f(x)***
b)(0'75 puntos) Calcular la derivada de $(f \circ h)(x)$
c)(1 punto) Obtener el área del recinto limitado por ***f*** y ***g*** entre **x = 0** y **x = 1**

2.-(2'5 puntos) Encontrar el valor de ***k*** para el cual la función $f(x)=\begin{cases} \dfrac{6-x}{2} & si \quad x<2 \\ x^2+kx & si \quad x \geq 2 \end{cases}$ es continua. Estudiar si su derivada es una función continua.